This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

QC
191
S32

UC-NRLF
$B 24 245

YC 10946

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
RECEIVED BY EXCHANGE
Class

EC 7 1900

Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Elasticität der Metalle.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität zu Bonn

vorgelegt von

Clemens Schaefer

aus

Köln.

Bonn,

Karl Drobnig's Nachf., Buchdruckerei, Inh. Buchen & Mönig.

1900.

QC191
S32

Dem Andenken meines Vaters
gewidmet.

186605

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF
CALIFORNIA

Einleitung.

Der erste, der den Einfluss der Temperatur auf die Elasticität der Metalle studierte, ist Wertheim[1]). Er gelangte zu dem Schlusse, dass der Elasticitätsmodul bei den meisten Metallen mit der Temperatur abnimmt, bei Eisen und Stahl hingegen grösser wird. Die Methode Wertheims ist die folgende: Er mass die Verlängerung von Stäben durch angehängte Gewichte mittels des Kathetometers. Indessen ist die Methode bei der Länge der verwendeten Stäbe nicht geeignet genaue Resultate zu liefern.

Nach einer anderen Methode suchte Kupfer[2]) den Einfluss der Temperatur zu bestimmen. Er klemmte schwere Metallstäbe an dem einen Ende fest, belastete sie am anderen und versetzte sie in Transversalschwingungen. Aus der Aenderung der Schwingungsdauer berechnete er den Temperaturcoefficienten der Elasticität. Da man Schwingungsdauern sehr genau messen kann, so könnte diese Methode vorzügliche Resultate liefern. Allein die von Kupfer benutzten Formelen sind direct falsch [3]).

---

[1]) Wertheim, Pogg. Ann. Erg Band II p. 61.

[2]) Kupfer, Mémoires de l' Académie de Pétersb. tome. VII.

[3]) Vergl. hierzu Zöppritz Pogg. Ann. 120 p. 219. Okatoff Pogg. Ann. 135 p. 260.

Für eine Reihe von Metallen bestimmten Kohlrausch und Loomis [1]) den Torsionsmodul bei verschiedenen Temperaturen; ferner liegen über diesen Gegenstand Untersuchungen von Pisati [2]) und Miller vor. Gegen alle diese Untersuchungen, insbesondere gegen die von Miller, lässt sich hauptsächlich der Einwand machen, dass der sogenannte „Normalzustand" der Metalle nicht erreicht ist. Metalldrähte sind bekanntlich keine isotropen Körper, da durch das Ziehen die Oberfläche verdichtet wird. Jedoch ist es, wie Karmarsch zuerst erkannt hat, möglich, durch wiederholtes Erhitzen und Abkühlen diesen Umstand zu beseitigen. Wird diese Vorsichtsmassregel ausser acht gelassen, so sind die Resultate mit Unregelmässigkeiten und Fehlern behaftet, die schlechthin unkorrigierbar sind [3]). Die erste Arbeit über diesen Gegenstand, in der diese Fehlerquelle berücksichtigt wird, rührt von Katzenelsohn [4]) her. Er bestimmte den Elasticitäts- und Torsionsmodul bei 20° C. und 100° C. Gegen seine Resultate sind folgende Bedenken zu erheben: Da die Temperaturänderung Volumänderung der Drähte hervorbringt, so ist eine Correctur erforderlich, die Katzenelsohn vernachlässigt hat, weswegen seine Werte sämtlich zu klein ausfallen. Ferner hatte er mit dem Uebelstande zu kämpfen, dass bei der höheren Temperatur von 100° C. die elastische Nachwirkung viel stärker und störender auftritt als bei Zimmertemperatur. Dieselben Einwände sind zu machen gegen eine Arbeit von A. Bock [5]). Der Verfasser arbeitete mit dem sinnreichen

---

[1]) Kohlrausch und Loomis, Pogg. Ann. 141.

[2]) Pisati Nuov. Cim. (3) Bd. 1—6. Miller Sitz-Ber. d. Bayr. Acad. 1882.

[3]) Vergl. hierüber Nisson-Katzenelsohn Berl. In.-Diss. 1887.

[4]) Katzenelsohn l. c.

[5]) A. Bock, Wied. Ann. 52 p. 609 ff.

Apparate Gustav Kirchhoffs[1]), bei dem durch eine einzige statische Inanspruchnahme Biegung und Torsion hervorrufen, also der Quercontractionscoefficient μ bestimmt wird. Bock untersuchte die Aenderung dieses Coefficienten mit der Temperatur und fand Zunahme desselben. Indessen sind aus den oben angeführten Gründen seine quantitativen Messungen mit grösster Vorsicht aufzunehmen.

Endlich ist noch zu besprechen eine Arbeit von A. Winkelmann[2]). Er untersuchte den Elasticitätsmodul eines Stabes, der nicht auf seinen Normalzustand gebracht war, zuerst bei Zimmertemperatur, dann bei einer höheren und fand bei dieser höhere Werte für den Elasticitätsmodul; wurde der Stab allmählich auf seinen Normalzustand gebracht, so erhielt Winkelmann konstante Werte. Dann liess er den Stab liegen (circ. 1 Jahr) und fand dann einen Wert des Elasticitätsmoduls, der mit dem zuerst gefundenen übereinstimmte. Dieselben Eigentümlichkeiten fand Winkelmann bei Gläsern[3]). Aus dieser Darstellung geht hervor, dass die Arbeit Winkelmanns sich andere Ziele setzt als die bisher besprochenen und die vorliegende. Dasselbe gilt von einer Arbeit von P. A. Thomas[4]), der dieselben Anschauungen zu Grunde liegen, wie der Arbeit Winkelmanns.

Im Gegensatz zu diesen Arbeiten stellte sich die vorliegende Arbeit die Aufgabe, die Elasticität der Metalle bei tiefen Temperaturen zu untersuchen. Demgemäss wurden Beobachtungen angestellt in erster Linie über die Temperaturkoefficienten des Elasticitäts-

---

[1]) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 108 p. 369 ff.
[2]) A. Winkelmann Wied. Ann. 63 p. 117.
[3]) A. Winkelmann Wied. Ann. 61 p. 117.
[4]) P. A. Thomas, Ann. d. Phys. 1 p. 232.

und Torsionsmoduls, dann auch über die absoluten Werte der letzteren, über die elastische Nachwirkung und die Elasticitätsgrenze. Bezüglich der Nachwirkung ergab sich, dass dieselbe bei allen untersuchten Metallen bei der Temperatur der flüssigen Luft vollständig fehlte wodurch eine unangenehme Fehlerquelle, die bei keiner der vorausgehenden Arbeiten ganz vermieden werden konnte, von selbst in Wegfall kam.

I. Apparat.

In die Platte (a) eines hölzernen Dreifusses von massivem Eichenholz war ein Messingstab (b), der am Ende eine Klemm-Vorrichtung trug, angebracht. In dieselbe wurden die zu untersuchenden Drähte mit dem oberen Ende eingeklemmt. Zu dem Zwecke waren die Drähte an beiden Enden in ein Ansatzstück eingelötet, welch letzteres in die Klemm-Vorrichtung geschoben und festgeschraubt werden konnte. Ueber das Ansatzstück am unteren Ende der Drähte wurde ebenfalls eine Klemm-Vorrichtung geschoben, die am anderen Ende mit einer kreisförmigen Platte versehen war. Auf letzterer wurde mit Stiften der Aluminium-Cylinder (d) befestigt, in dessen Wandung sich mehrere Löcher befanden. Mit dem Cylinder war durch das Gestänge (e) die Holzplatte (f) verbunden, auf der an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen die Stifte (g) eingeschraubt waren, über welche cylindrisch-geformte Gewichte geschoben werden konnten, die zur Vergrösserung der Trägheitsmomentes dienten. Durch die Mitte der Holzplatte ging ein Haken nach unten, der den kleinen Planspiegel (s) trug und ausserdem zum Anhängen von Gewichten zur Bestimmung der Zug-Elasticität benutzt wurde.

Zur Beobachtung der letzteren war an dem Gestänge (e) eine von Zeiss bezogene Mikrometer-Teilung

auf Glas befestigt, die durch ein passend angebrachtes Mikroskop beobachtet wurde.

Um den ganzen Apparat innerhalb des dreifüssigen Gestelles vor Störungen durch Luftströmungen zu schützen, wurde er mit einem Hohl-Cylinder aus Zinkblech umgeben, (in der Figur nicht sichtbar) der mit einem Fenster zur Beobachtung des Spiegels versehen war; ausserdem war das ganze Gestell mit Pappdeckel verkleidet und die Ritzen mit Watte verstopft.

Die Beobachtungen wurden angestellt bei sehr verschiedenen Temperaturen, nämlich bei Zimmer-Temperatur (durchschnittlich 20 ° C.), bei der Temperatur eines flüssigen Gemisches von Kohlensäure-Schnee mit Aether (zwischen — 60 ° und — 80 ° C.) und bei der Temperatur der flüssigen Luft (circa — 186 ° C.).

Die flüssige Luft befand sich in einer Dewar'schen Vacuum-Flasche, die in geeigneter Weise so am Gestell befestigt werden konnte, dass die flüssige Luft den Aluminium-Cylinder (d) umgab und ausfüllte; der zu untersuchende Draht befand sich also ganz innerhalb der Flüssigkeit und nahm die Temperatur derselben an. Auch das andere Kältebad wurde in die Flasche gefüllt.

II. Methoden.

Zur Beobachtung der Aenderung des Torsionsmoduls mit der Temperatur wurde folgendermassen verfahren:

Es wurden zwei verschieden grosse Schwingungsdauern, deren Differenz nur von einer bekannten Vergrösserung (P) des Trägheitsmomentes herrührte, einmal bei Zimmertemperatur (T_t', T_t), einmal bei der Temperatur des Kohlensäure-Aether-Gemisches oder der flüssigen Luft (T_0', T_0) gemessen. Es wurde zunächst durch Vorversuche festgestellt, dass die Schwingungs-Methode überhaupt anwendbar war, dass nämlich das Schwingen in einer Flüssigkeit gerade so vor sich geht, wie das Schwingen in Luft. Um dies zu prüfen, wurden die verschiedenen Schwingungsdauern einmal in Luft bei Zimmertemperatur, einmal in Wasser von Zimmertemperatur beobachtet, welches an Stelle der flüssigen Luft sich in der Vacuum-Flasche befand. Beide Male musste sich dasselbe Resultat ergeben, wenn die Methode brauchbar sein sollte. Die einzelnen Schwingungsdauern waren zwar in beiden Fällen verschieden, da die Reibung eine andere war; die Differenz der Quadrate der Schwingungsdauern, auf die es allein ankommt, war jedoch dieselbe. Die Brauchbarkeit der Methode war hiermit nachgewiesen.

Die Beobachtung der Schwingungsdauern selbst geschah auf folgende Weise:

Das Beobachtungs-Fernrohr war eingestellt auf eine Fünftelsekunden anzeigende Taschenuhr, deren Bild durch einen Spiegel in dasselbe reflektiert wurde; eine Kerzenflamme beleuchtete die Uhr. Auf den schwingenden Spiegel (s) des Apparates wurde ferner ein paralleles Lichtbündel so geworfen, dass man im Fernrohr das Gesichtsfeld erleuchtet hatte, wenn der Spiegel durch die Ruhe-Lage ging. Durch Verschieben der Lampe und Verstellen des Spiegels war dies leicht zu erreichen. Die Dauer einer Schwingung wurde demnach begrenzt durch zwei Lichtblitze. Diese Methode ist im Wesentlichen die von R. W. Wood angegebene[1]). Die Schwingungsdauern liessen sich mit grosser Genauigkeit bestimmen.

Bedeuten nun:

k_t, l_t, r_t resp. den Torsionsmodul, die Länge, den Radius bei Zimmertemperatur,

k_0, l_0, r_0 resp. desgl. bei — 186° C.,

α den linearen mittleren Ausdehnungskoefficienten (nach Landolt und Börnstein),

$\triangle t$ die Temperatur-Differenz,

P die Differenz der Trägheitsmomente,

so ist bekanntlich:

$$k_t = 2\pi \frac{Pl_t}{(T_t'^2 - T_t^2)\ r_t^4} =$$

$$= 2\pi \frac{Pl_0\ (1 + \alpha\ \triangle t)}{(T_t'^2 - T_t^2)\ r_0^4\ (1 + \alpha\ \triangle t)^4} =$$

$$= 2\pi \frac{Pl_0}{(T_t'^2 - T_t^2)\ r_0^4\ (1 + \alpha\ \triangle t)^3} =$$

$$= 2\pi \frac{Pl_0}{(T_t'^2 - T_t^2)\ r_0^4\ (1 + 3\ \alpha\ \triangle t)};$$

$$k_0 = 2\pi \frac{Pl_0}{(T_0'^2 - T_0^2)\ r_0^4}.$$

---

[1]) R. W. Wood, Wied. Ann. 56 p. 171 ff.

Also beträgt die Aenderung in $^0/_0$:

$$100\,\frac{k_t - k_0}{k_t} = \frac{100\{(T_0'^2 - T_0^2) - (T_t'^2 - T_t'^2)\,(1 + 3\,\alpha\,\triangle t)\}}{T_0'^2 - T_0^2}.$$

Falls dieser Ausdruck negativ wird, so bedeutet dies eine Vergrösserung des Torsionsmoduls mit abnehmender Temperatur.

Dass es sich als wünschenswert erwies, ausser den Versuchen in flüssiger Luft auch solche in einem anderen Kältebade zu machen, wurden nach der beschriebenen Anordnung Untersuchungen in dem bereits erwähnten Gemisch von Kohlensäure und Aether angestellt. Dabei machte sich jedoch sofort der Uebelstand geltend, dass dieses Gemisch in Berührung mit Metall ausserordentlich viel lebhafter kochte als flüssige Luft, sodass die Schwingungen in einem Masse gestört wurden, dass eine Messung völlig vereitelt wurde. Auf Anraten von Herrn Prof. Warburg wurde deshalb zur Bestimmung der Aenderung der Torsions-Elasticität eine statische Methode angewendet, die im folgenden beschrieben werden soll:

Auf der Holzplatte (f) des Apparates wurden zwei Schneiden (α α) befestigt, um welche ein Coconfaden derartig geschlungen war, dass bei Ausübung eines horizontalen Zuges auf die Enden desselben ein Drehmoment auf die Scheibe (f) und den damit verbundenen zu untersuchenden Draht ausgeübt wurde. Der Zug wurde in der Weise appliziert, dass von einem festen Gestell (β) in den Punkten (γ_1, γ_2) herabhängende Fäden (dünne Platindrähte) mit den Enden des Coconfadens verbunden wurden. Da die Entfernung $\overline{\gamma_1\ \gamma_2}$ grösser war als der Abstand der Enden des Coconfadens, so wurden die Platindrähte aus ihrer vertikalen Richtung abgelenkt, erlitten in den Verknüpfungspunkten mit dem Coconfaden (δ_1 δ_2) eine Knickung, um von diesen Punkten ab wieder lotrecht zu hängen. Wenn

nun an den Enden derselben Gewichte befestigt wurden, so streben diese den Winkel φ, der durch die Knickung entstanden war, zu vergrössern, d. h. es trat eine horizontale Componente des Zuges auf, womit der gewünschte Zweck erreicht war. Diese Methode rührt her von W. Negbaur.[1]). Sie wurde jedoch nur verwendet, um die Aenderungen der Torsionselasticität zu bestimmen. Zur Bestimmung der absoluten Werte des Torionsmoduls diente noch wie vor die Schwingungsmethode.

Die Theorie der Methode ist folgende:

Bezeichnen D das ausgeübte Drehmoment,

k_t, l_t, r_t, w_t resp. Torsionsmodul, Länge, Radius, Ablenkung bei Zimmertemperatur,

k_0, l_0, r_0, w_0 dieselben Grössen bei der tiefen Temperatur (Kohlensäure-Aether oder flüssige Luft)[2]),

α den mittleren linearen Ausdehnungskoefficienten, so ist bekanntlich:

$$D = \frac{\pi}{2} k_t \frac{r_t^4}{l_t} w_t =$$

$$= \frac{\pi}{2} k_t \frac{r_0^4 (1 + \alpha \Delta t)^4}{l_0 (1 + \alpha \Delta t)} w_t =$$

$$= \frac{\pi}{2} k_t \frac{r_0^4}{l_0} (1 + \alpha \Delta t)^3 w_t;$$

anderseits ebenso:

$$D = \frac{\pi}{2} k_0 w_0 \frac{r_0^4}{l_0}; \text{ also:}$$

$k_t w_t (1 + \alpha \Delta t)^3 = k_0 w_0$ oder

die procentische Aenderung:

$$100 \frac{k_t - k_0}{k_t} = 100 \frac{w_0 - w_t (1 + 3 \alpha \Delta t)}{w_0}.$$

---

[1]) W. Negbaur, Methode zur Best. von Drehmom. um vert. Achse Wied. Ann. 41 p. 631.

[2]) Auf welches Kältebad des Index o jedesmal bezogen ist, ergiebt sich aus dem beigefügten Intervall Δt; liegt dasselbe unter 100°, so bezieht sich der Index o auf CO_2, anderenfalls auf flüssige Luft.

Falls dieser Ausdruck negativ wird, bedeutet dies eine Vergrösserung des Torsionsmoduls, wenn die Temperatur abnimmt.

Zur Beobachtung der Aenderung des Elasticitätsmoduls, wurde die Senkung der Mikometer-Teilung beim Anhängen eines bestimmten Gewichtes ebenfalls bei den verschiedenen Temperaturen gemessen. Scheinbar erhält man hier ein sehr zusammengesetztes Resultat, indem von vorne herein anzunehmen ist, dass durch die Belastung auch die Längsdimensionen des Gestänges (e) und des Aluminium-Cylinders (d) sich ändern; allein es zeigte sich bei Vergleichung der Messungen unseres Apparates mit denselben Messungen an einem geprüften Apparat, (den Katzenelsohn[1]) benutzt hat), dass die dabei auftretenden Fehler innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler lagen.

Bedeuten nun:

η_t, l_t, r_t, λ_t resp. den Elasticitätsmodul, die Länge, den Radius, die Verlängerung bei Zimmertemperatur,

η_0, l_0, r_0, λ_0 resp. desgl. bei der tiefen Temperatur (Kohlensäure-Aether oder flüssige Luft),

p das spannende Gewicht,

Δt die Temperatur-Differenz,

so ist bekanntlich:

$$\eta_t = \frac{l_t}{\lambda_t} \cdot \frac{p}{r_t^2 \pi} = \frac{l_0 (1 + \alpha \Delta t)\, p}{\lambda_t\, r_0^2 (1 + \alpha \Delta t)^2 \pi} = \frac{l_0\, p}{\lambda_t\, r_0^2 (1 + \alpha \Delta t)^2 \pi};$$

$$\eta_0 = \frac{l_0\, p}{\lambda_0\, r_0^2 \pi}.$$

---

[1]) Nisson Katzenelsohn, Berl. Inaug. Diss. 1887.

Also beträgt die Aenderung in $^0/_0$:

$$100\ \frac{\eta_t - \eta_0}{\eta_t} = 100\ \frac{\lambda_0 - \lambda_t\ (1 + \alpha\ \Delta t)}{\lambda_0}.$$

Wird dieser Ausdruck negativ, so bedeutet dies eine Vergrösserung des Elasticitätsmoduls mit abnehmender Temperatur.

III. Bestimmung der constanten Differenz P der Trägheitsmomente.

Die Vermehrung des Trägheitsmomentes bei den Torsionsversuchen geschieht durch Aufsetzen von cylindrischen Gewichten auf die Stifte (g). Es bedeuten nun:

r_1 den äusseren
r_2 den inneren
} Radius des Hohlcylinders,

M die Masse der beiden Hohlcylinder,

R die Entfernung ihres Schwerpunktes von der Drehachse, so ist bekanntlich:

$$P = M\,[(r_1^2 + r_2^2) + 2\,R^2]$$

Die oben genannten 4 Grössen sind für die ganze Untersuchung dieselben und sollen deshalb besonders zusammengestellt werden.

Die Grössen R, r_1, r_2 wurden mit dem Katheto-meter gemessen. Die Resultate waren folgende:

$$R = 5{,}008 \text{ cm.}$$
$$r_1 = 1{,}386 \text{ cm.}$$
$$r_2 = 0{,}356 \text{ cm.}$$
$$M = 125{,}02 \text{ g.}$$

Daraus ergab sich als Wert für die Differenz der Trägheitsmomente:

$$P = 6527{,}044 \text{ [g. cm.}^2\text{]}$$

IV. Beobachtungen.

A. Platin.

(Chemisch rein; bezogen von Heraeus in Hanau).

Es wurden von diesem Metall zwei Drähte (Nr. I und II) von etwas verschiedener Länge untersucht.

A. Torsionselasticität.

Nr. I.

$l_t = 14{,}942$ cm.
$r_t = 0{,}301$ mm.[1])
$\alpha = 0{,}0_5 9$.
$\triangle t = 206^0$ C.[2]).

a) T_t

200 Schwingungen in 2 Min. 41 Sek.
desgl. 2 „ 41,4 „
desgl. 2 „ 41,2 „
desgl. 2 „ 41,2 „

also $T_t = 0{,}806$ sec.

---

[1]) Die Radien wurden auf der Teilmaschine gemessen; es war auf diese Weise möglich, dieselben auf $^1/_{1000}$ mm. genau zu erhalten. Dies macht bei einer Dicke von $^1/_2$ mm. $^1/_5$ % aus; bei Bestimmung des Torsionsmoduls (4. Potenz des Radius) ergab dies einen Fehler von etwa 1 %. Es musste aus verschiedenen Gründen darauf verzichtet werden, zur Dickenmessung die bei weitem genauere Methode durch Wägung anzuwenden.

[2]) Die Temperatur der flüssigen Luft wurde mit genügender Annäherung zu — 186° C. angenommen.

b) T_t'

200 Schwingungen in 4 Min. 29,6 Sek.
desgl. 4 „ 29,2 „
desgl. 4 „ 29,2 „
desgl. 4 „ 29,0 „

also $T_t' = 1{,}3462$ sec.

c) T_0

200 Schwingungen in 2 Min. 40 Sek.
desgl. 2 „ 40 „
desgl. 2 „ 40 „

also $T_0 = 0{,}800$ sec.

d) T_0'

200 Schwingungen in 4 Min. 25,8 Sek.
desgl. 4 „ 25,8 „
desgl. 4 „ 25,8 „

also $T_0' = 1{,}329$ sec.

Daraus ergeben sich folgende Werte:

$$T_t'^2 - T_t^2 = 1{,}1625$$
$$T_0'^2 - T_0^2 = 1{,}1262,$$

woraus sich eine Zunahme des Torsionsmoduls um 3,79 % ergiebt.

Nr. II.

$l_t = 14{,}841$ cm
$r_t = 0{,}301$ mm
$\Delta_t = 206^0$ C.

a) T_t

200 Schwingungen in 2 Min. 41 Sek.
desgl. 2 „ 40,6 „
desgl. 2 „ 40,6 „
desgl. 2 „ 40,6 „

also $T_t = 0{,}803$ sec.

b) T_t'

200 Schwingungen in 4 Min. 27 Sek.
desgl. 4 „ 27,4 „

desgl. 4 „ 27,4 „
desgl. 4 „ 27,2 „

also $T_t' = 1{,}336$ sec.

c) T_0

200 Schwingungen in 2 Min. 39,2 Sek.
desgl. 2 „ 39,2 „
desgl. 2 „ 39,2 „

also $T_0 = 0{,}796$ sec.

d) T_0'

200 Schwingungen in 4 Min. 23,8 Sek.
desgl. 4 „ 23,9 „
desgl. 4 „ 23,7 „

also $T_0' = 1{,}319$ sec.

Daraus ergeben sich folgende Werte:

$$T_t'^2 - T_t^2 = 1{,}13899$$
$$T_0'^2 - T_0^2 = 1{,}10615$$

woraus eine Zunahme des Torsionsmoduls um:
3,54 % folgt.

Als Mittelwert ergiebt sich demnach eine Zunahme von 3,666 . . . %, oder, unter der Annahme, dass die Aenderung eine lineare Funktion der Temperatur[1]) sei, eine Zunahme von

1,78 % pro 100° C.

B. Zugelasticität.

Nr. I.

p = 500 g.

1 Trommeldrehung (T. D.) = $^1/_{30}$ mm.

a) λ_t

1) $\frac{29{,}8}{60}$ T. D.

2) $\frac{29{,}4}{60}$ „

[1]) Diese Annahme wird vorläufig gemacht und sich später als berechtigt erweisen.

3) $\frac{29,8}{60}$ T. D.

4) $\frac{29,0}{60}$ „

5) $\frac{29,0}{60}$ „

also $\lambda_t = \frac{29,4}{60}$ T. D.

b) λ_0

1) $\frac{28,85}{60}$ T. D.

2) $\frac{28,85}{60}$ „

3) $\frac{28,95}{60}$ „

4) $\frac{28,95}{60}$ „

5) $\frac{29,5}{60}$ „

6) $\frac{29,5}{60}$ „

also $\lambda_0 = \frac{28,95}{60}$ T. D.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme des Elasticitäts-moduls um

1,469 %.

Nr. II.

Leider war es bei diesem Drahte nicht möglich, eine genaue Messung auszuführen, da derselbe sich bei einer Mehrbelastung auch tordierte. Die Drehung war dabei so gross, dass die Mikrometerteilung sich aus dem Gesichtsfelde des Mikroskopes entfernte. Auf Anraten von Herrn Prof. Warburg wurde der Draht durch den elektrischen Strom lange geglüht, worauf diese Erscheinung abnahm. Brachte man jedoch den

Draht in ein Kältebad, so trat das Phaenomen in alter Stärke wieder auf. Aehnliche Erscheinuugen sind übrigens auch von H. Tomlinson[1]) beobachtet worden.

Mithin ergiebt sich eine Zunahme von

0,732 % pro 100° C.

C. Absolute Messungen.

Aus den vorhandenen Daten wurden auch die absoluten Werte des Torsions- und Elasticitätsmoduls berechnet.

Es ergab sich bei Nr. I:

$$k_t = 6545{,}5 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 16029{,}0 \ \frac{kg}{mm^2}$$

Bei Nr. II:

$$k_t = 6642{,}3 \ \frac{kg.}{mm^2}$$

η_t vacat,

Also als Mittelwerte:

$$k_t = 6593{,}6 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 16029{,}0 \ \frac{kg}{mm^2}$$

Also

$$\mu_t = 0{,}215.$$

Zum Vergleiche seien einige andere Messungen derselben Grössen angeführt:

H. Tomlinson[2]) fand die folgenden Werte:

$$k_t = 6630 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 16220 \ \frac{kg}{mm^2}$$

---

[1]) H. Tomlinson, Proc. Phys. Soc. 9. p. 71.

[2]) H. Tomlinson, Proc. Roy. Soc. 42 p. 363 ff. ibid. 43 p. 88 ff.

G. S. Meyer[1]) fand für

$$\eta_t = 16020 \ \frac{kg}{mm^2}$$

einen Wert, der mit dem unsrigen ausserordentlich gut übereinstimmt, während St. Meyer[2]) den abnorm niedrigen Wert

$$\eta_t = 14480 \ \frac{kg}{mm^2}$$

fand.

---

[1]) G. S. Meyer, Wied. Ann. 59 p. 134 ff.

[2]) St. Meyer, Wien. Berichte (2a) 165 p. 1015.

B. Aluminium.

Die Beobachtungen wurden an drei Exemplaren angestellt.

A. Torsionselasticität.

Nr. I.

$l_t = 15{,}576$ cm

$r_t = 0{,}261$ mm

$\alpha = 0{,}0_4 2336.$

a.

$w_t = 43{,}85$ Skalenteile (Sk. T.)

$w_o = 37{,}4$ Sk. T. (Mittel aus 6 Beob.)

$\Delta_t = 66\ ^0$ C.

woraus sich eine Zunahme des Torsionsmoduls um 17,78 % ergiebt.

b.

$w_t = 44{,}1$ Sk. T.
$w_o = 37{,}3$ Sk. T. } (6 Beob.)

$\Delta_t = 78\ ^0$ C.

woraus sich eine Zunahme um 18,76 % ergiebt.

Bei Reduktion auf 100^0 Temperatur Differenz ergiebt sich aus

a : 26,94 %

b : 24,36 %.

Diese beiden Beobachtungsreihen wurden zu verschiedenen Zeiten in dem Gemisch von Kohlensäure

OF THE
UNIVERSITY
OF
CALIFORNIA

und Aether veranstaltet. Die Messung der Temperatur geschah mittels eines geprüften Alkohol-Thermometers, welches vor und nach jeder einzelnen Messung abgelesen wurde. Meistens war die Temperatur während dieser Zeit (circa 5 Min.) constant geblieben, anderenfalls wurde der Mittelwert genommen.

c.

$w_t = 50{,}6$ Sk. T.
$w_o = 34{,}6$ Sk. T. } (6 Beob.)
$\Delta_t = 206\ ^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme von

22,76 % pro 100° C.

Als Mittelwert der drei Messungen ergiebt sich:

24,69 % pro 100° C.

Nr. II.

$l_t = 14{,}778$ cm
$r_t = 0{,}206$ mm.

a.

$w_t = 109$ Sk. T.
$w_o = 73$ Sk. T. } (6 Beob.)
$\Delta_t = 206\ ^0$ C.;

Daraus ergiebt sich eine Zunahme des Torsionsmoduls um 50,006 % oder um

24,27 % pro 100° C.

b.

$w_t = 104{,}5$ Sk. T.
$w_o = 87{,}5$ Sk. T. } (6 Beob.)
$\Delta_t = 77{,}5\ ^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 19,97 % oder um

25,76 % pro 100° C.

c.

Zum Vergleiche wurde die Schwingungsmethode angewendet.

$T_t = 2{,}803$ sek.
$T_t' = 4{,}7065$ sek.
$T_0 = 2{,}0415$ sek.
$T_0' = 2{,}827$ sek.
$\Delta_t = 206\ ^0$ C.; (4 Beob.)

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 50 % oder um
24,27 % pro 100° C.
Als Mittelwert für dieses Exemplar ergiebt sich also
24,766 % pro 100° C.
Nehmen wir diesen Mittelwert zusammen mit dem für Nr. I erhaltenen, so folgt
24,72 % pro 100° C.

B. Zugelasticität.

Nr. I.

a.

$\lambda_t = 1\ \frac{43}{60}$ T. D.
$\lambda_0 = 1\ \frac{29{,}2}{60}$ T. D. (4 Beob.)
$\Delta_t = 73\ ^0$ C.
$p = 0{,}5$ kg.

Daraus folgt eine Zunahme des Elasticitätsmoduls um 16,04 % oder um
21,97 % pro 100° C.

b.

$\lambda_t = 1\ \frac{43}{60}$ T. D.
$\lambda_0 = 1\ \frac{13{,}2}{60}$ T. D. (4 Beob.)
$\Delta_t = 206\ ^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 42,4 % oder um
20,58 % pro 100° C.

Also folgt eine mittlere Zunahme um
21,275 % pro 100° C.

Nr. II.

a.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= 2\,\frac{38{,}5}{60}\ \text{T. D.} \\ \lambda_0 &= 2\,\frac{16{,}7}{60}\ \text{T. D.} \end{aligned}\right\}\ (4\ \text{Beob.})$$

$\Delta_t = 77\ ^0$ C.
$p = 0{,}5$ kg.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 16,53 % oder um
21,46 % pro 100° C.

b.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= 2\,\frac{38{,}5}{60}\ \text{T. D.} \\ \lambda_0 &= 1\,\frac{52}{60}\ \text{T. D.} \end{aligned}\right\}\ (4\ \text{Beob.})$$

$\Delta_t = 206\ ^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 43,8 % oder um
21,26 % pro 100° C.

Also beträgt die mittlere Zunahme bei diesem Drahte
21,36 % pro 100° C.

Als Endresultat der Messungen an beiden Drähten also 21,32 % pro 100° C.

C. Elasticitätsgrenze.

Die elastische Grenze wurde in der Weise festgestellt, dass einem Drahte (Nr. I) nacheinander immer grössere Torsionen erteilt wurden, und diejenige Tor-

sion notiert wurde, bei der zuerst eine dauernde Verschiebung des Null-Punktes auftrat. Diese Beobachtungen waren ausserordentlich zeitraubend, da man unter Umständen länger als 24 Stunden warten musste, um zu erkennen, ob „elastische Nachwirkung" oder „Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze" vorlag. Demgemäss konnte in flüssiger Luft nur ein einziger Versuch angestellt werden, dessen quantitativer Wert also sehr gering zu taxieren ist; immerhin liess sich mit Sicherheit erkennen, dass die Elasticitätsgrenze mit abnehmender Temperatur heraufgesetzt wurde, also grössere Drillungen erforderlich waren.

Bei einer Temperatur von 20° C. erfolgte eine Verschiebung des Nullpunktes bei einer Torsion von 155 Sk T., während bei der Temperatur der flüssigen Luft die permanente Torsion erst bei einer Drehung von 190 Sk. T. auftrat. Man sieht daraus, dass unsere obige Behauptung richtig war, ohne dass wir imstande wären, endgültige Zahlenwerte anzugeben.

D. Elastische Nachwirkung.

Die elastische Nachwirkung wurde beobachtet bei der Torsion. Die „augenblickliche" Ablenkung durch ein bestimmtes Drehmoment wurde beobachtet; (diese ist charakteristisch für die Grösse des Torsionsmoduls); dann die Verschiebung des Ruhepunktes infolge der Nachwirkung, bis nach einiger Zeit wieder Gleichgewicht eintrat.

Die elastische Nachwirkung nahm, wie sich dies nach dem Vorhergehenden erwarten liess, ab und zwar in welchem Grade, dass in flüssiger Luft überhaupt keine auftrat. Die folgende Tabelle zeigt den Gang der Nachwirkung bei 20° C.

Zeit in Minuten	Verschiebung in Sk. T.
1	1,5
2	2,7
3	3,7
4	4,6
5	5,5
6	6,1
7	6,7
8	7,1
9	7,4
10	7,8
11	8,0
12	8,2
13	8,4
14	8,5
15	8,6
16	8,7
17	8,8
18	8,9
19	9,0
20	9,0
21	9,0

Die Verschiebung durch die Nachwirkung betrug etwa 2 % der momentanen Ablenkung.

Die Verhältnisse werden am besten illustriert durch eine graphische Darstellung (Fig. II.), in der die Abscissen die Zeit t die Ordinaten die vom Nullpunkt an gerechneten Verschiebungen bedeuten. In der Zeichnung stellt die gestrichelte Parallele zur Abscissenachse die Curve der elastischen Nachwirkung bei — 186° C. dar, d. h. es trat eine solche gar nicht auf.

E. Absolute Messungen.

Aus den vorhandenen Daten wurden auch die absoluten Werte des Elasticitäts- und Torsionsmoduls bei Zimmertemperatur berechnet.

Nr. I.

Leider riss der Draht, als Torsionsschwingungen beobachtet werden sollten, dagegen wurde der Elasticitätsmodul gemessen.

k_t vacat

$$\eta_t = 6350 \frac{kg}{mm^2}$$

Nr. II.

Hier ergab sich aus den vorhandenen Daten

$$k_t = 2400 \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 6300 \frac{kg}{mm^2}$$

Nr. III.

Endlich wurde noch ein dritter Draht untersucht, jedoch nur zu absoluten Messungen. Er hatte folgende Dimensionen

$$l_t = 14{,}977 \text{ cm}$$

$$r_t = 0{,}2455 \text{ mm.}$$

Die beobachteten Grössen waren

$$T_t = 2{,}057 \text{ sek.}$$

$$T_t' = 3{,}446 \text{ sek.}$$

$$\lambda_t = 1 \frac{29{,}8}{60} \text{ T. D.}$$

$$p = 0{,}4 \text{ kg.}$$

Daraus folgen die Werte

$$k_t = 2258{,}4 \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 6310 \frac{kg}{mm^2}$$

Als Mittelwerte ergeben sich

$$k_t = 2329 \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 6330 \frac{kg}{mm^2}$$

$$\mu_t = 0{,}359$$

In der Litteratur findet sich eine Reihe von Bestimmungen der absoluten Werte.

[1]) H. Tomlinson fand

$$k_t = 2269 \ \frac{kg}{mm^2}.$$

[2]) Pietro Cardani fand für η_t Werte zwischen 6511 und 6669 $\frac{kg}{mm^2}$.

[3]) A. Mollock fand

$$\eta_t = 6141{,}5 \ \frac{kg}{mm^2}.$$

[4]) St. Meyer fand

$$\eta_t = 6218 \ \frac{kg}{mm^2}.$$

[5]) G. S. Meyer fand

$$\eta_t = 7462 \ \frac{kg}{mm^2}.$$

---

[1]) H. Tomlinson l. c.
[2]) Pietro Cardani, Lincei Rend. (4) 5 p. 892.
[3]) A. Mollock. Proc. Roy. Soc. 49 p. 380.
[4]) St. Meyer l. c.
[5]) G. S. Meyer. Wied. Ann. 59 p. 668.

C. Nickel.

(chemisch rein bezogen; von der Berndorfer Metallfabrik.)

A. Torsionselasticität.

Nr. I.

$l_t = 15{,}418$ cm.
$r_t = 0{,}286$ mm.
$\alpha = 0{,}0_4 1279.$

a.

$w_t = 260$ Sk. T.
$w_0 = 255{,}5$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta t = 62^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme des Torsionsmoduls um 2,003 % oder um
3,230 % pro 100^0 C.

b.

$w_t = 260{,}5$ Sk. T.
$w_0 = 255{,}5$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta t = 77{,}5^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 2,555 % oder um
2,909 % pro 100^0 C.

c.

$w_t = 180{,}5$ Sk. T.
$w_0 = 169{,}5$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta t = 206^0$ C.

Daraus folgt eine Zunahme um 7,497 % oder um
3,687 % pro 100^0 C.

d.

$T_t = 0{,}7935$ sek.
$T_t' = 1{,}318$ sek.
$T_0 = 0{,}769$ sek.
$T_0' = 1{,}280$ sek. } (6 Beob.)
$\Delta t = 206^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 6,59 % oder um

3,199 % pro 100^0 C.

Als Mittelwert für diesen Draht folgt

3,237 % pro 100^0 C.

Nr. II.

$l_t = 14{,}775$ cm.
$r_t = 0{,}2039$ mm.

a.

$w_t = 528$ Sk. T.
$w_0 = 510$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta t = 83^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 2,678 % oder um

3,226 % pro 100^0 C.

b.

$w_t = 529{,}5$ Sk. T.
$w_0 = 498{,}5$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta t = 206^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 7,057 % oder um

3,422 % pro 100^0 C.

Als Mittelwert für diesen Draht folgt eine Zunahme um

3,324 pro 100^0 C.

Als Endresultat folgt demnach

3,280 % pro 100^0 C.

B. Zugelasticität.

Nr. I.

a.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= \frac{22{,}9}{60} \text{ T. D.} \\ \lambda_0 &= \frac{22{,}5}{60} \text{ T. D.} \end{aligned}\right\} \text{(6 Beob.)}$$

$p = 0{,}5$ kg.

$\triangle t = 80^0$ C.

Daraus folgt eine Zunahme des Elasticitätsmoduls um
2,364 % pro 100° C.

b.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= \frac{22{,}9}{60} \text{ T. D.} \\ \lambda_0 &= \frac{21{,}8}{60} \text{ T. D.} \end{aligned}\right\} \text{(6 Beob.)}$$

$p = 0{,}5$ kg.

$\triangle t = 206^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
2,520 % pro 100° C.

Also Mittelwert dieses Drahtes
2,442 % pro 100° C.

Nr. II.

a.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= \frac{43{,}3}{60} \text{ T. D.} \\ \lambda_0 &= \frac{41{,}3}{60} \text{ T. D.} \end{aligned}\right\} \text{(6 Beob.)}$$

$p = 0{,}5$ kg.

$\triangle t = 206^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
2,451 % pro 100° C.

b.

$$\left.\begin{aligned}\lambda_t &= \frac{43{,}3}{60}\ \text{T. D.}\\ \lambda_0 &= \frac{42{,}5}{60}\ \text{T. D.}\end{aligned}\right\}\ (6\ \text{Beob.})$$

$p = 0{,}5$ kg.

$\Delta t = 88^0$ C.

Daraus folgt eine Zunahme von

2,517 % pro 100° C.

Also Mittelwert für diesen Draht

2,484 % pro 100° C.

Also Endresultat eine Zunahme des Elasticitätsmoduls um

2,463 % pro 100° C.

C. Elasticitätsgrenze.

Auch hier wurde die Ablenkung bestimmt, bei der zuerst eine permanente Torsion auftrat; es stellten sich hier keine Schwierigkeiten in den Weg, da die elastische Nachwirkung sich als unmessbar klein erwies. Es ergab sich so: bei Zimmertemperatur wurde die elastische Grenze überschritten, bei einer Ablenkung um 459,5 Sk. T.; bei der Temperatur der flüssigen Luft wurde dieselbe eben überschritten bei Ablenkung um 477,5 Sk. T. Die Elasticitätsgrenze wird also auch hier heraufgerückt.

D. Elastische Nachwirkung.

Die elastische Nachwirkung war während einer Zeit von 30 Min. weder bei Zimmertemperatur noch bei — 186° C. zu beobachten.

E. Absolute Messungen.

Nr. I.

Aus den vorhandenen Daten ergab sich:

$$\eta_t = 23532\ \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

$$k_t = 9537\ \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

N. II.

$T_t = 1{,}456$ sek.

$T_t' = 2{,}425$ sek.

Daraus folgt mit Hülfe der übrigen Angaben

$$\eta_{it} = 23557{,}5 \quad \frac{kg}{mm^2}$$

$$k_t = 9499 \quad \frac{kg}{mm^2}$$

Also Mittelwerte

$$\eta_{it} = 23544{,}5 \quad \frac{kg}{mm^2}$$

$$k_t = 9518 \quad \frac{kg}{mm^2}$$

$$\mu_t = 0{,}2395.$$

In der Litteratur finden sich unter anderen folgende Angaben:

[1]) Guillaume fand

$$\eta_{it} = 21100 \quad \frac{kg}{mm^2}$$

[2]) Cantone fand:

$$\eta_{it} = 23100 \quad \frac{kg}{mm^2}$$

[3]) St. Meyer fand:

$$\eta_{it} = 17580 \quad \frac{kg}{mm^2}$$

[4]) G. S. Meyer fand:

$$\eta_{it} = 22000 \quad \frac{kg}{mm^2}$$

[5]) H. Tomlinson fand:

$$\eta_{it} = 24800 \quad \frac{kg}{mm^2}$$

---

[1]) Ch. E. Guillaume, Arch. de sc. phys. et nat. (4) 5 p. 305 ff.

[2]) A. Cantone, Lincei Rend. (4) 5 p. 79—84.

[3]) St. Meyer l. c.

[4]) G. S. Meyer, Wied. Ann. 59 p. 668.

[5]) H. Tomlinson, Proc. Rog. Soc. 38 p. 449.

D. Silber.

(chemisch rein, bezogen von C. A. F. Kahlbaum.)

A. Torsionselasticität.

Nr. I.

$l_t = 153{,}52$ mm
$r_t = 0{,}2897$ mm
$\alpha = 0{,}0_4 19$

a.

$w_t = 26{,}85$ Sk. T.
$w_o = 25{,}25$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\triangle_t = 82{,}5$ ° C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme des Torsionsmoduls um

8,283 % pro 100° C.

b.

$w_t = 26{,}65$ Sk. T.
$w_o = 25{,}25$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\triangle_t = 74$ ° C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um

8,105 % pro 100° C.

c.

$w_t = 26{,}85$ Sk. T.
$w_o = 23{,}20$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\triangle_t = 207$ ° C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
8,214 % pro 100° C.

d.

T_t = 1,4465 sek.
T_t' = 2,4113 sek.
T_o = 1,3723 sek.
T_o' = 2,2586 sek.
(4 Beob.)
Δ_t = 206 ° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
8,155 % pro100° C.
Demnach ergiebt sich als Mittelwert für diesen Draht
8,178 % pro 100° C.

Nr. II.

l_t = 15,349 cm.
r_t = 0,2337 mm

a.

w_t = 60,65 Sk. T.
w_o = 52,5 Sk. T.
(4 Beob.)
Δ_t = 208 ° C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
8,074 % pro 100° C.

b.

w_t = 33,6 Sk. T.
w_o = 31,65 Sk. T.
(4 Beob.)
Δ_t = 83 ° C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
8,404 % pro 100° C.
Als Mittelwert für diesen Draht[1])
8,239 % pro 100° C.

[1]) Die Werte der einzelnen Messungen liegen bei Nr. II weiter auseinander, weil wegen dessen kleinerem Querschnitt der Einfluss der elastischen Nachwirkung sich mehr geltend macht, als bei Nr. I.

Als Endresultat ergiebt sich

8,290 % pro 100° C.

B. Zugelasticität.

Nr. I.

a.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= 1 \frac{28{,}8}{60} \text{ T. D.} \\ \lambda_0 &= 1 \frac{17}{60} \text{ T. D.} \end{aligned}\right\} \text{(6 Beob.)}$$

Δ_t = 208 ° C. p = 0,5 kg.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme des Elasticitätsmoduls um

7,5 % pro 100° C.

b.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= 1 \frac{28{,}8}{60} \text{ T. D.} \\ \lambda_0 &= 1 \frac{24}{60} \text{ T. D.} \end{aligned}\right\} \text{(6 Beob.)}$$

Δ_t = 80 ° C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um

7,8 % pro 100° C.

Also Mittelwert:

7,65 % pro 100° C.

Nr. II.

Wegen der zu starken und zu schnell eintretenden elastischen Nachwirkung war es nicht möglich, bei diesem Drahte die Aenderung des Elasticitätsmoduls zu bestimmen.

Als Endresultat bleibt demnach

7,65 % pro 100° C.

C. Elasticitätsgrenze.

Der Draht Nr. I. erhielt eine permanente Torsion bei Zimmertemperatur durch eine Ablenkung um 634,0

Sk. T., während bei der Temperatur der flüssigen Luft eine solche von 699 Sk. T. notwendig war.

Die Elasticitätsgrenze wird demnach auch hier heraufgerückt.

D. Elastische Nachwirkung.

Die Nachwirkung bei 20° C. ist gegeben durch die folgende Tabelle; bei — 186° C. war keine Nachwirkung mehr vorhanden.

Zeiten in Minuten	Ablenkung in Sk. T.
1	1,8
2	3,0
3	4,0
4	5,0
5	5,8
6	6,5
7	7,1
8	7,7
9	8,2
10	8,5
11	9,0
12	9,3
13	9,6
14	9,9
15	10,1
16	10,2
17	10,2
18	10,2

Die Nachwirkung betrug etwa 4 % der momentanen Ablenkung.

Am anschaulichsten werden die Verhältnisse illustriert durch die graphische Darstellung Figur II.

E. Absolute Messungen.

Aus den vorhandenen Daten ergab sich bei Nr. I:

$$\eta_t = 5897{,}3 \frac{kg}{mm^2}$$

$$k_t = 2445 \frac{kg}{mm^2}$$

Bei Nr. II:

$$\eta_t \text{ vacat}$$

$$k_t = 2489 \frac{kg}{mm^2}$$

Als Mittelwerte ergeben sich demnach

$$\eta_t = 5897{,}3 \frac{kg}{mm^2}$$

$$k_t = 2467 \frac{kg}{mm^2}$$

$$\mu_t = 0{,}195$$

In der Litteratur finden sich unter anderen Bestimmungen:

[1]) Baumeister fand:

$$k_t = 2650 \frac{kg}{mm^2}$$

[2]) Pisati fand:

$$k_t = 2566 \frac{kg}{mm^2}$$

[3]) H. Tomlinson fand:

$$k_t = 2770 \frac{kg}{mm^2}.$$

[4]) Pietro Cardani fand für:

$$\eta_t = \begin{cases} 7817 \\ 8165 \end{cases} \frac{kg}{mm^2}.$$

---

[1]) Baumeister, Wied. Ann. 18 p. 578.

[2]) Pisati, Nuov. Cim. (3) 4 p. 152 5 p. 34, 135, 145.

[3]) H. Tomlinson l. c.

[4]) Pietro Cardani l. c.

[1]) H. Tomlinson fand:

$$\eta_{lt} = 8356 \ \frac{kg}{mm^2}.$$

Die grossen Differenzen für η_{lt} zwischen uns und den anderen Beobachtern lässt sich wohl nur auf verschiedene Reinheit der untersuchten Metalle zurückführen. In der Litteratur findet sich hierüber nur selten eine Angabe.

---

[1]) H. Tomlinson l. c.

E. Gold.

(chemisch rein, bezogen von C. A. F. Kahlbaum.)

A. Torsionselasticität.

Nr. I.

$l_t = 14{,}963$ cm.
$r_t = 0{,}261$ mm.
$\alpha = 0{,}0_4 1451$

a.

$w_t = 202{,}5$ Sk. T.
$w_0 = 198$ Sk. T. } (6 Beob.)
$\triangle t = 72{,}5$ ° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
3,023 % pro 100° C.

b.

$w_t = 205{,}5$ Sk. T.
$w_0 = 201{,}5$ Sk. T. } (6 Beob.)
$\triangle_t = 69{,}2$ ° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
2,868 % pro 100° C.

c.

$w_t = 610$ Sk. T.
$w_0 = 573$ Sk. T. } (6 Beob.)
$\triangle_t = 209$ ° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
3,089 % pro 100° C.

Der Mittelwert ergiebt sich demnach zu
2,993 % pro 100° C.

d.

$T_t = 1{,}735$ sek.
$T_t' = 2{,}9003$ sek.
$T_0 = 1{,}6833$ sek.
$T_0' = 2{,}777$ sek.
(4 Beob.)
$\Delta_t = 207\ ^0$ C.;

Daraus folgt eine Zunahme um
3,020 % pro 100^0 C.

Nr. II.

$l_t = 15{,}280$ cm
$r_t = 0{,}1415$ mm

a,

$w_t = 270{,}4$ Sk. T.
$w_0 = 254{,}0$ Sk. T.
(6 Beob.)
$\Delta_t = 209\ ^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
3,021 % pro 100^0 C.
Als Endresultat ergiebt sich demnach
3,014 % pro 100^0 C.

Auf alle diese Messungen ist kein grosses Gewicht zu legen, da die Elasticitäts-Grenze des Goldes so niedrig ist, dass schon bei der kleinsten Ablenkung eine dauernde Verschiebung des Nullpunktes eintrat. Alle Messungen sind also ausgeführt unter Ueberschreitung der elastischen Grenze, und es fehlen uns alle Anhaltspunkte, wie die elastischen Eigenschaften dadurch geändert werden. Dass dadurch die Messungen am Gold bis zu einem gewissen Grade gefälscht worden sind, dafür spricht noch ein anderer Umstand, auf den wir später zurückkommen werden.

B. Zugelasticität.

Es war hier aus den angeführten Gründen nicht möglich, eine einzige sichere Messung auszuführen; bei

jeder noch so kleinen Belastung trat eine bleibende Verlängerung des Drahtes ein.

C. Elasticitätsgrenze.

Bei Zimmertemperatur trat bei der kleinsten Ablenkung, die der Apparat gestattete, (6,1 Sk. T.) eine Verschiebung des Nullpunktes von 2, 3 Sk. T. auf; bei — 186° C. bei Ablenkung um 5,7 Sk. T. eine Verschiebung um 1,2 Sk. T. Demnach wird auch beim Golde die elastische Grenze durch Temperaturerniedrigung heraufgesetzt.

D. Elastische Nachwirkung.

Vacat.

E. Absolute Messungen.

Absolute Messungen des Moduls waren nicht auszuführen wegen der ungemein niedrigen elastischen Grenze, durch welche Differenzen bis zu 50 % sich ergaben. Von der Beschaffung eines dickeren Drahtes, bei dem dieser Uebelstand sich nicht so bemerklich gemacht hätte, musste wegen des Kostenpunktes abgesehen werden.

F. Zink.

(chemisch rein, bezogen von C. A. F. Kahlbaum.)

A. Torsionselasticität.

$l_t = 17{,}890$ cm
$r_t = 0{,}452$ mm.
$\alpha = 0{,}0_4 2905.$

a.

$w_t = 14{,}25$ Sk. T.
$w_0 = 10$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta t = 88{,}5^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 49,25 % pro 100^0 C.

b.

$w_t = 19$ Sk. T.
$w_0 = 10$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta t = 205^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um 46,48 % pro 100^0 C.

c.

$T_t = 0{,}787$ sek.
$T_t' = 1{,}3146$ sek.
$T_0 = 0{,}5657$ sek.
$T_0' = 0{,}9448$ sek. } (4 Beob.)
$\Delta t = 205^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
48,37 % pro 100° C.
Als Mittelwert folgt demnach
47,92 % pro 100° C.

B. Zugelasticität.

Wegen der ausserordentlich niedrigen Festigkeits- und Elasticitätsgrenze war es nicht möglich, eine sichere Messung aus zuführen, obwohl Drähte bis zu einem Millimeter Radius genommen wurden.

C. Elastische Nachwirkung.

Eine Nachwirkung konnte bei Zink nicht beobachtet werden, weil selbst bei der geringsten Torsion eine dauernde Verschiebung des Nullpunktes auf der Skala eintrat.

D. Elasticitätsgrenze.

Sowohl bei 20° C. als auch bei der Temperatur der flüssigen Luft brachte die geringste Torsion eine dauernde Verschiebung des Nullpunktes zustande, die nach 24 Stunden noch nicht zurückgegangen war. Einen Einfluss der Temperatur in dem Sinne, wie bei den anderen Metallen, zu konstatieren, war deshalb unmöglich.

E. Absolute Messungen.

Die vorhandenen Daten gestatten nur den Torsionsmodul zu berechnen; jedoch ist auf diesen Wert kein grosses Gewicht zu legen, da die Schwierigkeiten der Messung bei diesem Material ausserordentlich grosse waren. Dies gilt besonders von der Bestimmung der Schwingungsdauern, bei denen immer eine Verschiebung der Ruhelage auftrat. Ausserdem verlängerte sich der Draht nicht unbedeutend. Eine Korrektur dieses Fehlers

erscheint ausgeschlossen. Aus den gemessenen Bestimmungsstücken ergiebt sich

$$k_t = 1614{,}4 \ \frac{kg}{mm^2};$$

unter Zugrundelegung des von Kiewiet[1]) gefundenen Wertes

$$\mu_t = 0{,}331$$

würde sich als Elasticitätsmodul ergeben

$$\eta_t = 4296{,}5 \ \frac{kg}{mm^2}.$$

---

[1]) Kiewiet, Wied. Ann. 29 p. 617.

G. Blei.

(chemisch rein, bezogen von C. A. F. Kahlbaum.)

A. Torsionselasticität.

$l_t = 15{,}88$ cm.
$r_t = 0{,}7063$ mm.
$\alpha = 0{,}0_4 2950.$

a.

$w_t = 7{,}5$ Sk. T.
$w_0 = 3$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta t = 205^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
75,39 % pro 100 ° C.

b.

$w_t = 7{,}5$ Sk. T.
$w_0 = 4{,}5$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta_t = 85$ ° C.;

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
79,62 % pro 100° C.

c.

$T_t = 0{,}520$ sek.
$T_t' = 0{,}8685$ sek.
$T_0 = 0{,}490$ sek. } (4 Beob.)
$T_0' = 0{,}7281$ sek.
$\Delta_t = 85$ ° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
80,00 % pro 100 ° C.

Also mittlere Zunahme

78,672 % pro 100° C.

B. Zugelasticität.

Vacat; vergl. Zink.

C. Elastische Nachwirkung.

Vacat; vergl. Zink.

D. Elasticitätsgrenze.

Vacat; vergl. Zink.

E. Absolute Messungen.

Auch hier machten dieselben Schwierigkeiten — und zwar in noch höherem Grade —, wie bei Zink, bemerkbar.

Es ergiebt sich nun

$$k_t = 550{,}24 \frac{kg.}{mm^2}$$

Unter Zugrundelegung des von Amagat[1]) gefundenen Wertes

$$\mu_t = 0{,}4313$$

folgt

$$\eta_t = 1574{,}8 \frac{kg}{mm^2}$$

wogegen Amagat

$$\eta_t = 1493 \frac{kg}{mm^2}$$

fand.

---

[1]) Amagat, Ann. de chim. et phys. (6) 22.

H. Kupfer.

(chemisch rein, bezogen von Hesse Söhne Frankfurt a. M.)

A. Torsionselasticität.

Nr. I.

$l_t = 15{,}0$ cm

$r_t = 0{,}29325$ mm.

$\alpha_t \quad 0{,}0_4 1698$

a.

$w_t = 85{,}5$ Sk. T.
$w_o = 82{,}8$ Sk. T. } (4 Beob.)

$\Delta_t = 85^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
4,349 % pro 100^0 C.

b.

$w_t = 85{,}5$ Sk. T.
$w_o = 79{,}25$ Sk. T. } (4 Beob.)

$\Delta_t = 206^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
4,379 % pro 100^0 C.

c.

$T_t = 0{,}9756$ sek.
$T_t' = 1{,}630$ sek.
$T_0 = 0{,}904$ sek. } (4 Beob.)
$T_0' = 1{,}5475$ sek.

$\Delta_t = 205^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
4,549 % pro 100^0 C.

Also mittlere Zunahme für diesen Draht
4,425 % pro 100^0 C.

Nr. II.

$l_t = 15{,}10$ cm
$r_t = 0{,}2573$ mm

a.

$w_t = 164{,}83$ Sk. T.
$w_0 = 152{,}5$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta_t = 205\ ^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
4,526 % pro 100° C.

b.

$w_t = 164$ Sk. T.
$w_0 = 158$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta_t = 83\ ^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
4,580 % 100° C.
Also Mittelwert für diesen Draht
4,553 % pro 100° C.
Also Endresultat
4,489 % pro 100° C.

B. Zugelasticität.

Nr. I.

a.

$\lambda_t = 2\ \frac{50{,}8}{60}$ T. D.
$\lambda_0 = 1\ \frac{47{,}5}{60}$ T. D. } (4 Beob.)
$p = 0{,}5$ kg
$\Delta_t = 205\ ^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um
3,635 % pro 100 ° C.

b.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= \frac{50{,}8}{60} \text{ T. D.} \\ \lambda_0 &= \frac{49{,}4}{60} \text{ T. D.} \end{aligned}\right\} \text{(4 Beob.)}$$

$p = 0{,}5$ kg

$\Delta_t = 85^0$ C.

Daraus ergiebt sich eine Zunahme um

3,621 % pro 100° C.

Also Mittelwert für diesen Draht

3,628 % pro 100° C.

Nr. II.

a.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= 1\frac{6}{60} \text{ T. D.} \\ \lambda_0 &= 1\frac{1{,}6}{60} \text{ T. D.} \end{aligned}\right\} \text{(4 Beob.)}$$

$p = 0{,}5$ kg.

$\Delta_t = 205^0$ C.

Daraus folgt eine Zunahme um

3,620 % pro 100° C.

b.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_t &= 1\frac{6}{60} \text{ T. D.} \\ \lambda_0 &= 1\frac{3{,}6}{60} \text{ T. D.} \end{aligned}\right\} \text{(4 Beob.)}$$

$p = 0{,}5$ kg.

$\Delta_t = 80^0$ C.

Daraus folgt eine Zunahme um

3,632 % pro 100° C.

Also Mittelwert für diesen Draht

3,626 % pro 100° C.

Also Endresultat

<u>3,627 % pro 100° C.</u>

C. Elastische Nachwirkung.

Die Tabelle giebt die Verschiebung des Nullpunktes während 15 Min. Nach Ablauf dieser Zeit war die Ablenkung konstant geworden. In flüssiger Luft konnte keine Nachwirkung beobachtet werden.

Zeit in Minuten	Ablenkung in Sk. T.
1	0,3
2	0,5
3	0,5
4	0,8
5	0,8
6	1,2
7	1,2
8	1,3
9	1,3
10	1,4
11	1,4
12	1,6
13	1,6
14	1,6 [1])

Vergl. die graphische Darstellung Fig. 2.

D. Elasticitätsgrenze.

Eine permanente Torsion trat auf bei Zimmertemperatur nach Ablenkung um

231,6 Sk. T.

Bei der Temperatur der flüssigen Luft bei Ablenkung um

313,6 Sk. T.

E. Absolute Messungen.

Nr. I.

Aus den vorhandenen Daten ergab sich

$$k_t = 3945 \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 9823 \frac{kg}{mm^2}$$

[1]) Die elastische Nachwirkung betrug etwa $^1/_4$ % der momentanen Ablenkung.

Nr. II.

$$T_t = 1{,}4265 \text{ sek.}$$
$$T_t' = 2{,}375 \text{ sek.}$$

Daraus berechnet sich

$$k_t = 3990 \frac{kg}{mm^2}$$
$$\eta_t = 9935 \frac{kg}{mm^2}$$

Also Mittelwerte

$$k_t = 3967 \frac{kg}{mm^2}$$
$$\eta_t = 9879 \frac{kg}{mm^2}$$
$$\mu_t = 0{,}245$$

In der Litteratur finden sich unter anderen folgende Messungen:

[1]) Wertheim fand:

$$k_t = 3612 \frac{kg}{mm^2}$$

[2]) Baumeister fand:

$$k_t = 4450 \frac{kg}{mm^2}$$

[3]) Kiewet fand:

$$k_t = 6464 \frac{kg}{mm^2}$$

[4]) Pisati fand:

$$k_t = 3972 \frac{kg}{mm^2}$$

---

[1]) Wertheim, Pogg. Ann. Erg. Bd. II. p. 61 ff.
[2]) Baumeister l. c.
[3]) Kiewit l. c.
[4]) Pisati l. c.

[1]) Kohlrausch und Loomis fanden:

$$k_t = 3900 \ \frac{kg}{mm^2}$$

[2]) Katzenelsohn fand:

$$k_t = 3587 \ \frac{kg}{mm^2}$$

[3]) P. Cardani fand:

$$\eta_t = \begin{cases} 13848 \\ 14059 \end{cases} \frac{kg}{mm^2}$$

[4]) Amagat fand:

$$\eta_t = \begin{cases} 11979 \\ 12312 \\ 12145 \end{cases} \frac{kg}{mm^2}$$

[5]) K. Olearski fand:

$$\eta_t = 11977 \ \frac{kg}{mm^2}$$

[6]) St. Meyer fand:

$$\eta_t = 9754 \ \frac{kg}{mm^2}$$

---

[1]) Kohlrausch und Loomis, Pogg. Ann. 141.
[2]) Katzenelsohn l. c.
[3]) Cardani l. c.
[4]) Amagat l. c.
[5]) K. Olearski, Bull. de l' Ac. de Krakau 1889 [2].
[6]) St. Meyer l. c.

I. Palladium.

(chemisch rein, bezogen von Heraeus in Hanau.)

A. Torsionselasticität.

Nr. I.

l_t = 15,075 cm.
r_t = 0,30415 mm.
α = $0{,}0_4 1104$.

a.

w_t = 72,5 Sk. T.
w^0 = 71,0 Sk. T. } (4 Beob.
Δt = 84° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
2,6238 % pro 100° C.

b.

w_t = 152 Sk. T.
w_0 = 144,25 Sk. T. } (4 Beob.)
Δt = 206° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
2,725 % pro 100° C.

c.

T_t = 0,963 sek.
T_t' = 1,597 sek.
T_0 = 0,9493 sek. } (4 Beob.)
T_0' = 1,558 sek.
Δt = 206° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
2,623 % pro 100° C.
Also Mittelwert für diesen Draht
2,657 % pro 100° C.

Nr. II.

l_t = 14,890 cm.
r_t = 0,2482 mm.

a.

w_t = 130 Sk. T.
w_0 = 123,5 Sk. T. } (4 Beob.)
Δt = 206° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
2,672 % pro 100° C.

b.

w_t = 130 Sk. T.
w^0 = 127 Sk. T. } (4 Beob.)
Δt = 88° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
2,8 % pro 100° C.
Also Mittelwert für diesen Draht
2,736 % pro 100° C.
Also Endresultat
2,696 % pro 100° C.

B. Zugelasticität.

Nr. I.

a.

$2\lambda_t = 1\frac{23}{60}$ T. D.
$2\lambda_0 = 1\frac{21,6}{60}$ T. D. } (6 Beob.)
$p = 0,5$ kg.
$\Delta t = 85°$ C.

Daraus folgt eine Zunahme um
2,07 % pro 100° C.

b.

$$2\lambda_t = 1 \frac{23}{60} \text{ T. D.}$$
$$2\lambda_t = 1 \frac{20}{60} \text{ T. D.}$$
(6 Beob.)

$p = 0{,}5$ kg.
$\Delta t = 205°$ C.
Daraus folgt eine Zunahme um
1,930 % pro 100° C.
Also Mittelwert für diesen Draht
2,000 % pro 100° C.

Nr. II.

a.

$$\lambda_t = 1 \frac{17}{60} \text{ T. D.}$$
$$\lambda^0 = 1 \frac{14.2}{60} \text{ T. D.}$$
(6 Beob.)

$p = 0{,}5$ kg.
$\Delta t = 205°$ C.
Daraus folgt eine Zunahme um
1,948 % pro 100° C.

b.

$$\lambda_t = 1 \frac{17}{60} \text{ T. D.}$$
$$\lambda_t = 1 \frac{15{,}75}{60} \text{ T. D.}$$
(6 Beob.)

$p = 0{,}5$ kg.
$\Delta t = 88°$ C.
Daraus folgt eine Zunahme um
1,968 % pro 100° C.

Also Mittelwert für diesen Draht
1,958 % pro 100° C.
Also Endresultat
1,979 % pro 100° C

C. Elastische Nachwirkung.

Bei Zimmertemperatur war die Nachwirkung bereits sehr gering. Die Verschiebung des Nullpunktes betrug während 51 Min. 1,5 Sk. T.; in flüssiger Luft fehlte sie ganz.

D. Elasticitätsgrenze.

Bei Zimmertemperatur erfolgte die Ueberschreitung der Grenze bei Ablenkung um 97 Sk. T. Bei — 186° C. erst bei Ablenkung um 121 Sk. T.

E. Absolute Messungen.

Nr. I.

Aus den vorhandenen Daten ergab sich

$$k_t = 4619 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 11244 \ \frac{kg}{mm^2}$$

Nr II.

$$T_t = 1{,}331 \text{ sek.}$$

$$T_t' = 2{,}310 \text{ sek.}$$

Daraus folgt

$$k_t = 4608{,}5 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 11324{,}4 \ \frac{kg}{mm^2}$$

Als Mittelwerte ergeben sich demnach

$$k_t = 4613 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 11284 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\mu_t = 0{,}223.$$

In der Litteratur findet sich nur eine einzige Messung:

[1]) Wertheim fand:

$$\eta_t = \begin{cases} 11759 \ \frac{kg}{mm^2} \\ 9789 \ \frac{kg}{mm^2} \end{cases}$$

k_t vacat.

---

[1]) Wertheim l. c.

K. Eisen.

A. Torsionselasticität.

Nr. I.

$l_t = 15{,}15$ cm
$r_t = 0{,}290$ mm
$\alpha = 0{,}0_4 1113$

a.

$w_t = 119$ Sk. T.
$w_0 = 116$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta_t = 88\ ^0$ C.

Daraus folgt eine Zunahme um
3,287 % pro 100° C.

b.

$w_t = 120$ Sk. T.
$w_0 = 113{,}3$ Sk. T. } (4 Beob.)
$\Delta_t = 204\ ^0$ C.

Daraus folgt eine Zunahme um
3,204 % pro 100° C.

c.

$T_t = 0{,}8753$ sek.
$T_t' = 1{,}402$ sek.
$T_0 = 0{,}865$ sek. } (4 Beob.)
$T_0' = 1{,}3765$ sek.
$\Delta_t = 204\ ^0$ C.

Daraus folgt eine Zunahme um
2,705 % pro 100° C.
Also Mittelwert für diesen Draht
3,065 % 100° C.

Nr. II.

l_t = 15,20 cm
r_t = 0,26166 mm

a.

w_t = 196,5 Sk. T.
w_0 = 186,2 Sk. T. } (4 Beob.)
Δ_t = 204 ° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
3,009 % pro 100° C.
Als Endresultat folgt demnach
3,035 % pro 100° C.

B. Zugelasticität.

Nr. I.

$\lambda_t = \frac{27,2}{60}$ T. D.
$\lambda_0 = \frac{26,6}{60}$ T. D. } (6 Beob.)
p = 0,5 kg
Δ_t = 206 ° C.

Daraus folgt eine Zunahme um
2,30 % pro 100° C.

Nr. II.

$\lambda_t = \frac{35,1}{60}$ T. D.
$\lambda_0 = \frac{34,3}{60}$ T. D. } (6 Beob.)
p = 0,5 kg
Δt = 206 ° C.

Daraus folgt eine Zunahme um

2,20 % pro 100° C.

Also Endresultat

2,25 % pro 100° C.

C. Elastische Nachwirkung.

Vacat.

D. Elasticitätsgrenze.

Bei Zimmertemperatur erfolgte die Ueberschreitung der Grenze bei einer Ablenkung von

186 Sk. T.

bei der Temperatur der flüssigen Luft bei Ablenkung um

203 Sk. T.

E. Absolute Messungen.

Nr. I.

$$k_t = 7457 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 18642 \ \frac{kg}{mm^2}$$

Aus den vorhandenen Daten ergiebt sich

Nr. II.

$$T_t = 1{,}026 \text{ sek.}$$

$$T_t' = 1{,}710 \text{ sek.}$$

Daraus folgt

$$k_t = 7217 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 18052 \ \frac{kg}{mm^2}$$

Also Mittelwerte

$$k_t = 7337 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\eta_t = 18347 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$\mu_t = 0{,}247$$

In der Litteratur finden sich unter anderen folgende Bestimmungen:

[1]) G. S. Meyer fand:

$$\eta_{lt} = \left| \begin{array}{l} 17800 \\ 19200 \\ 15900 \\ 16040 \end{array} \right. \frac{kg}{mm}$$

[2]) Kohlrausch und Loomis fanden:

$$k_t = 6940 \ \frac{kg}{mm^2}$$

[3]) Pisati fand:

$$\eta_{lt} = 21441 \ \frac{kg}{mm^8}$$

$$k_t = 8108 \ \frac{kg}{mm^2}$$

[4]) Katzenelsohn fand:

$$\eta_{lt} = 19024 \ \frac{kg}{mm^2}$$

$$k_t = 7505 \ \frac{kg}{mm^2}$$

[5]) Wertheim fand:

$$k_t = 6706 \ \frac{kg}{mm^2}$$

[6]) P. Cardani fand:

$$\eta_{lt} = 19845 \ \frac{kg}{mm^2}$$

[7]) H. Tomlinson fand:

$$kt = 7515 \ \frac{kg}{mm^2}$$

---

[1]) G. S. Meyer, l. c.
[2]) Kohlrausch und Loomis, l. c.
[3]) Pisati, l. c.
[4]) Katzenelsohn, l. c.
[5]) Wertheim, l. c.
[6]) Cardani, l. c.
[7]) Tomlinson, l. c.

V. Resultate:

I.

Die Elasticitätsverhältnisse sind von der Temperatur alle mehr oder weniger abhängig, und zwar lassen sich sowohl der Elasticitäts- als auch der Torsionsmodul im allgemeinen darstellen als eine lineare Funktion der Temperatur:

$$\eta_t = \eta_{20}\,(1-\alpha\,[t-20])$$
$$k_t = k_{20}\,(1-\beta\,[t-20])$$

Diese Gleichungen gelten ausnahmslos für alle untersuchten Metalle in dem Intervall von — 186° C. bis + 20° C. Dies folgt aus der Gleichheit der auf 100° Temperaturdifferenz reduzierten procentigen Aenderungen, während die Beobachtungen, wie aus der Darstellung ersichtlich, sich über 2 verschieden grosse Intervalle (+ 20° bis — 186° und + 20° bis — 70°) erstrecken. Eine andere Frage ist natürlich die, ob die gefundenen Formeln eine weitgehende Extrapolation gestatten.

II.

Bei allen Metallen ergab sich das schon von Katzenelsohn gefundene Resultat, dass der Temperaturkoefficient für den Torsionsmodul grösser ist als für den Torsionsmodul. Dementsprechend nimmt die Grösse μ mit wachsender Temperatur zu und nähert sich ihrem oberen Grenzwerte $^1/_2$.

III.

Die Grösse der Temperaturkoefficienten der beiden Moduln ist wesentlich abhängig von der Grösse des thermischen Ausdehnungskoefficienten und von der Schmelztemperatur. Je grösser der Ausdehnungskoefficient, je niedriger die Schmelztemperatur, desto grösser der Temperaturkoefficient. Eine Ausnahme macht allein Gold, wahrscheinlich, weil alle Messungen mit Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze ausgeführt werden mussten.

Die Verhältnisse werden anschaulich illustriert durch die graphische Darstellung Fig. III, in der die die Abscissen die Schmelztemperaturen, die Ordinaten die Temperaturkoefficienten für den Torsionsmodul bedeuten.

Auch dies Resultat stimmt mit dem von Katzenelsohn gefundenen genau überein.

IV.

Die elastische Nachwirkung zeigte bei den Metallen, bei denen sie stark auftritt, nämlich bei Aluminium, Silber, Kupfer, bei Zimmertemperatur im wesentlichen denselben Gang, wie dies die Kurven der Fig. II. anschaulich zeigen. Bei der Temperatur der flüssigen Luft war sie bei allen Metallen verschwunden.

V.

Die Elasticitätsgrenze wird bei allen Metallen durch Temperaturerniedrigung heraufgesetzt.

VI.

Die Poisson'sche Konstante μ steht bekanntlich mit dem Elasticitätsmodul η und dem Torsionsmodul k in folgender Verbindung:

$$1 + \mu = \frac{\eta}{2k}.$$

Mithin ist durch die Abhängigkeit von η und k von der Temperatur auch μ als Funktion derselben gegeben. Man erhält durch Einsetzen der Werte:

$$1 + \mu_t = (1 + \mu_{20}) \frac{1-\alpha\ (t-20)}{1-\beta\ (t-20)}.$$

Wie schon vorhin bemerkt, nimmt μ mit der Temperatur zu, und es liegt die Frage nahe, bei welcher Temperatur μ seinen oberen Grenzwert $^1/_2$ erreicht.

Aus verschiedenen Gründen wird man auf die Vermutung geführt, dass die Temperatur, bei der $\mu = {}^1/_2$ wird, die Schmelztemperatur des Metalles sein müsse. In der That scheinen die Beobachtungen diese Schlussfolgerung zu bestätigen.

Um sie zu verificieren, braucht man blos μ als Funktion der Temperatur $= {}^1/_2$ zu setzen. Die so entstandene Gleichung:

$$1 + \mu_x = (1 + \mu_0) \frac{1-\alpha\ (x-20)}{1-\beta\ (x-20)} = {}^3/_2$$

ist linear nach x (Schmelztemperatur). Die Ausrechnung ergiebt:

für Platin	1741°	gegen	1765°	
„ Nickel	1391°	„	1400°	(circa)
„ Silber	990°	„	970°	
„ Kupfer	1169°	„	1100°	(circa)
„ Palladium	1724°	„	1600°	(circa)
„ Eisen	1470°	„	1500°	

Für die Metalle Aluminium, Zink und Blei versagt die Formel; denn sie gilt offenbar nur so lange als die Ungleichung besteht:

$1 > \beta\ (t - 20)$; setzt man hier t der Reihe nach gleich den Schmelztemperaturen der genannten Metalle, so ist die Ungleichung nicht mehr erfüllt. Man darf also offenbar die nur für das Intervall von -186^0 bis $+20^0$ C. geprüften Formeln nicht extrapolieren, während dies bei den Metallen von kleinen Ausdehnungs- und Temperaturkoefficienten gestattet zu sein scheint.

In der folgenden Tabelle stellen wir unsere Resultate anschaulich zusammen:

Material	Thermischer Ausdehnungsk.	Torsions-modul k.	△ k in % pro 100° C.	Elasticitäts-modul η	△η in % pro 100° C.	μ	Schmelztemperatur beob.	Schmelztemperatur berechn.
Platin	$0{,}0_5907$	6593,6	1,78	16029	0,732	0,215	1765°	1741°
Palladium	$0{,}0_41104$	4613,7	2,696	11284	1,979	0,223	1600° ca.	1724°
Eisen	$0{,}0_41113$	7337	3,035	18347	2,250	0,247	1500°	1470°
Nickel	$0{,}0_41279$	9518	3,280	23544	2,463	0,2395	1400° ca.	1391°
Gold	$0{,}0_41454$	—	3,014	—	—	—	1070°	—
Kupfer	$0{,}0_41698$	3967	4,489	9897	3,627	0,245	1100° ca.	1169°
Silber	$0{,}0_41900$	2467	8,209	5897	7,65	0,195	970°	990°
Aluminium	$0{,}0_42336$	2329	24,72	6330	21,32	0,359	645°	—
Zink	$0{,}0_42905$	1614,4	48,37	4296,5	—	0,331	619°	—
Blei	$0{,}0_42948$	550,2	78,67	1493	—	0,4313	327°	—

Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer Herrn Prof. Warburg, unter dessen Leitung im physikalischen Institut der Universität Berlin diese Arbeit entstand, herzlichen Dank zu sagen.

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF
CALIFORNIA

Curriculum vitae.

Ich, Clemens Schaefer, wurde geboren am 24. März 1878 zu Remscheid, als der Sohn des Notars und Justizrathes Andreas Schaefer und seiner Frau Margaretha geb. Menges. Ich erhielt meine erste Ausbildung auf der Realschule in Remscheid, später auf dem Apostelngymnasium zu Köln. Auf Grund des Reifezeugnisses des letzteren wurde ich am 1. Mai 1897 bei der Universität Bonn immatrikuliert und studierte während 3 Semestern Naturwissenschaft und Mathematik. Im Herbst 1898 bezog ich die Universität Berlin ebenfalls 3 Semester lang.

Während meiner Studienzeit hörte ich Vorlesungen bei den Herren:

Kortum, Lipschitz, Schlesinger, Kayser, Lorberg, Küstner, Anschütz, Warburg, Planck, Fuchs, Arons, Neuhäuser, Stumpf.

Allen meinen Lehrern, besonders den Herren Prof. Warburg und Kayser, schulde ich herzlichen Dank.

Thesen.

1. Die durch Luminescenz leuchtenden Gase absorbieren die Lichtwellen.

2. Die elektromagnetische Lichttheorie verdient den Vorzug vor der elastischen.

3. Die Lorentz'sche Annahme, dass der Aether ruhe, steht mit der Erfahrung nicht im Widerspruch.

YC 10946

QC181
S32

186605

Schaefer.